



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

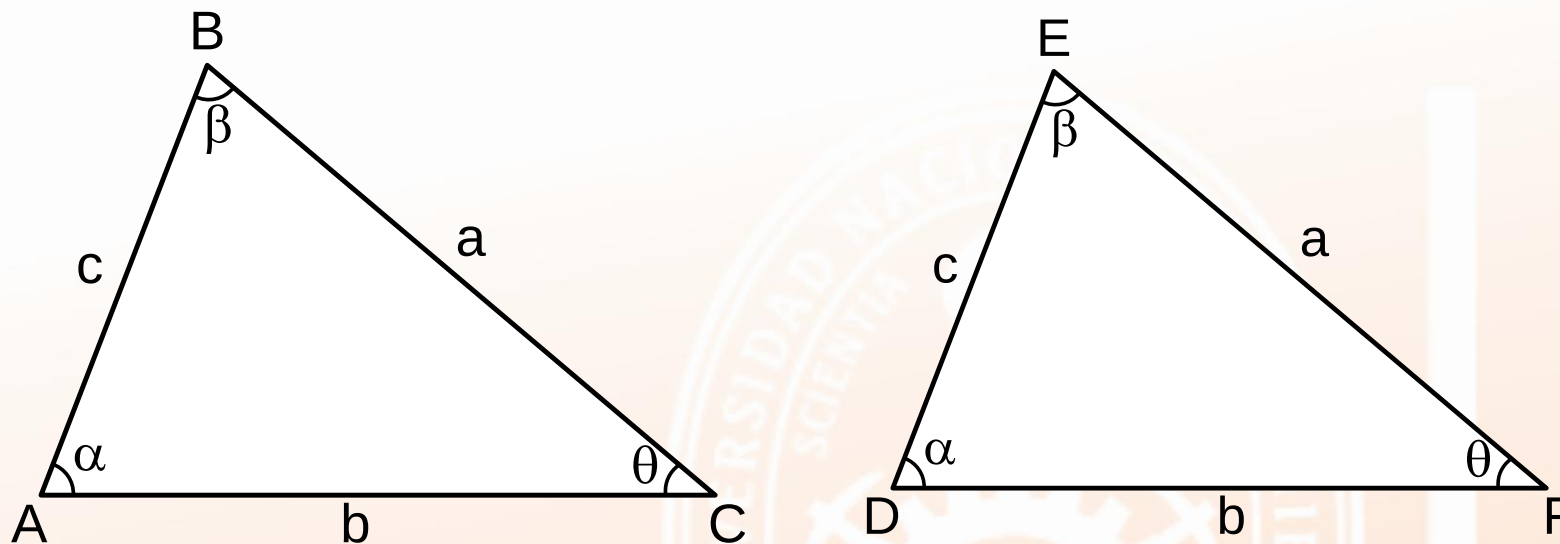
CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CICLO
PRE
2024-1**



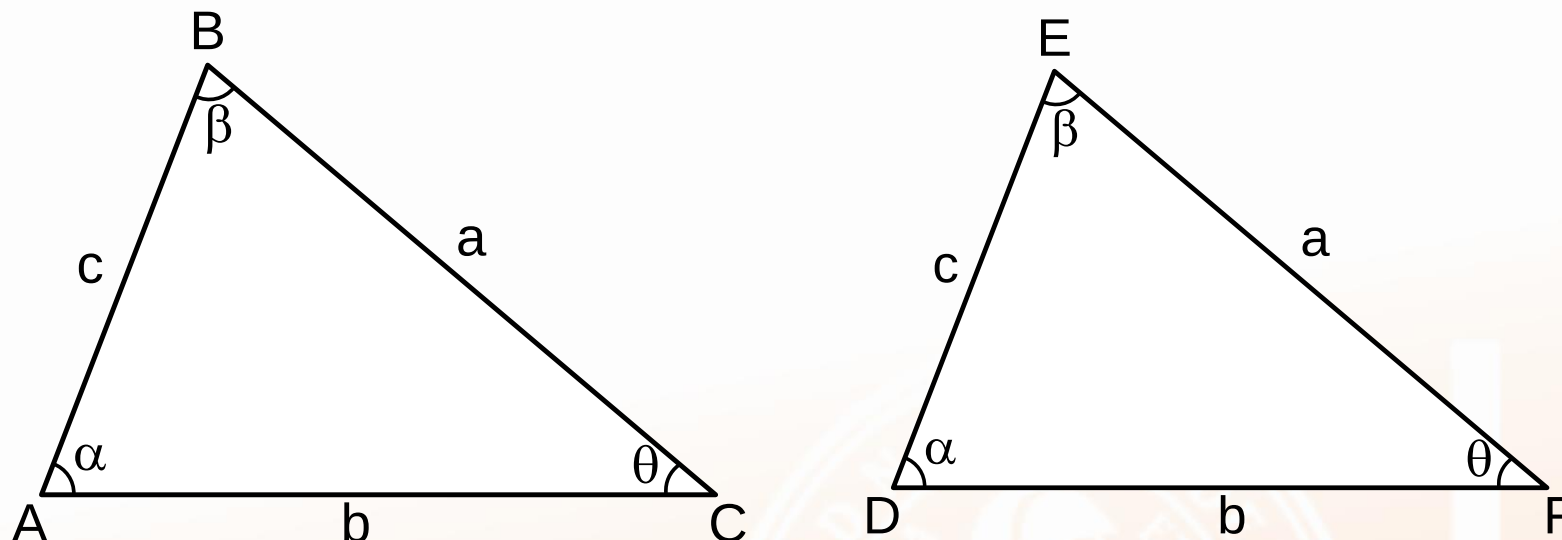
TRIÁNGULOS CONGRUENTES

Definición.- Dos triángulos son congruentes si sus lados y ángulos son respectivamente congruentes, de tal modo que a lados congruentes le corresponden ángulos congruentes y viceversa.



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \cong \overline{DE} & \angle A \cong \angle D \\ \overline{BC} \cong \overline{EF} & \wedge \quad \angle B \cong \angle E \\ \overline{AC} \cong \overline{DF} & \angle C \cong \angle F \end{cases}$$

TRIÁNGULOS CONGRUENTES



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

El orden de los vértices establece una correspondencia entre ellos:

$$A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow E \text{ y } C \leftrightarrow F.$$

Luego:

$$AB \leftrightarrow DE, BC \leftrightarrow EF \text{ y } AC \leftrightarrow DF$$

$$\angle A \leftrightarrow \angle D, \angle B \leftrightarrow \angle E \text{ y } \angle C \leftrightarrow \angle F$$

La congruencia de triángulos es una relación de equivalencia.

EJERCICIO 01

En un triángulo ABC , se traza la ceviana $\overline{BD}$, en el exterior relativo al lado $\overline{AB}$ se ubica el punto E , tal que los ángulos ABE y DBC son rectos. Si los triángulos ABE y CBD son congruentes y $m\angle EBC = 160$, entonces la medida del ángulo BAE es

A) 20

B) 25

C) 30

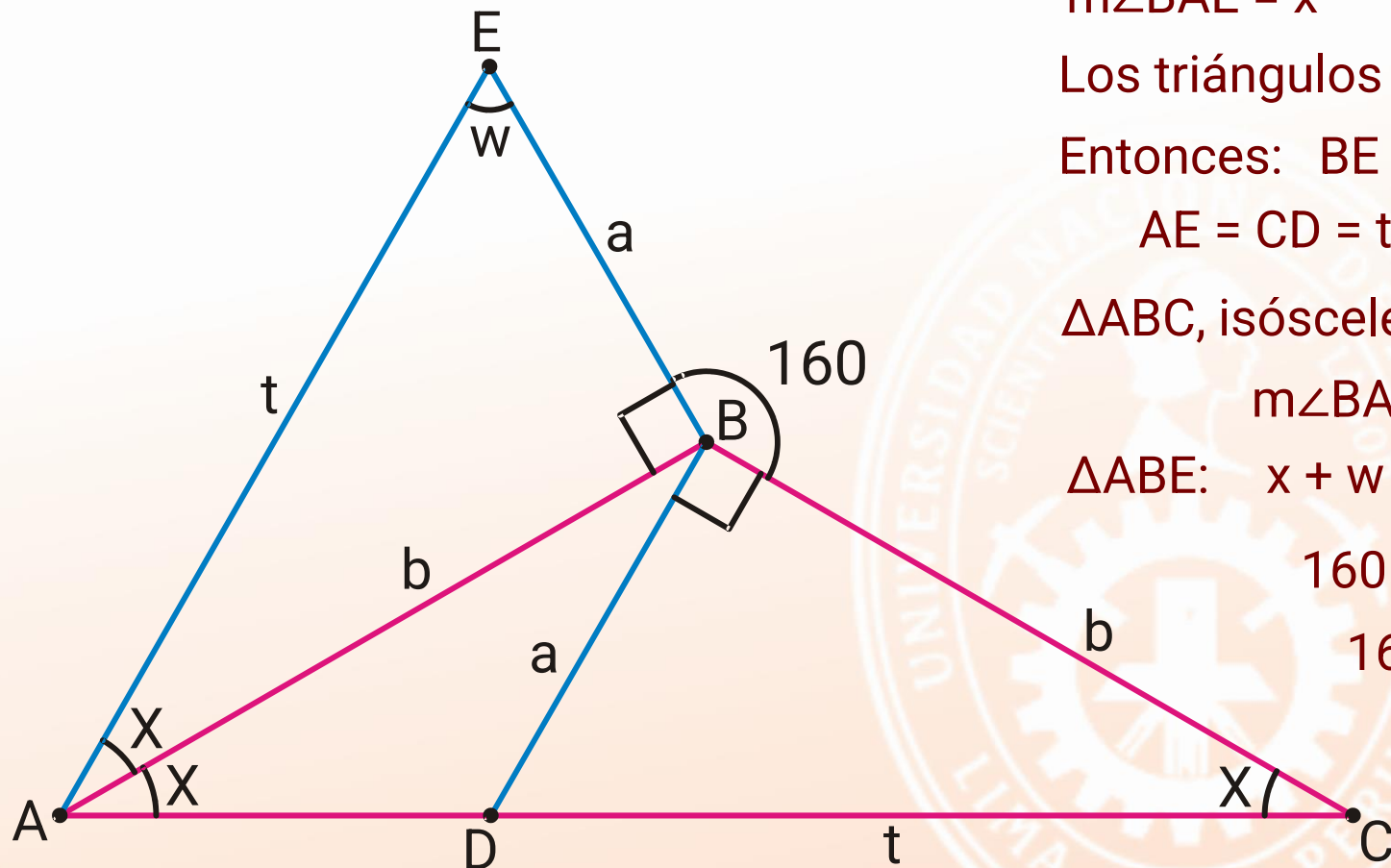
D) 35

E) 40



En un triángulo ABC, se traza la ceviana $\overline{BD}$, en el exterior relativo al lado $\overline{AB}$ se ubica el punto E, tal que los ángulos ABE y DBC son rectos. Si los triángulos ABE y CBD son congruentes y $m\angle EBC = 160$, entonces la medida del ángulo BAE es

RESOLUCIÓN 01



$$m\angle BAE = x$$

Los triángulos ABE y CBD son congruentes

Entonces: $BE = BD = a$, $AB = CB = b$,

$$AE = CD = t \quad \text{y} \quad m\angle EAB = m\angle DCB = x$$

$\triangle ABC$, isósceles

$$m\angle BAC = m\angle DCB = x$$

$\triangle ABE: x + w = 90$

$$160 = x + x + x + w$$

$$160 = x + x + 90$$

$$\therefore x = 35$$

Clave: D



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

**POSTULADO Y TEOREMAS DE
LA CONGRUENCIA DE
TRIÁNGULOS**

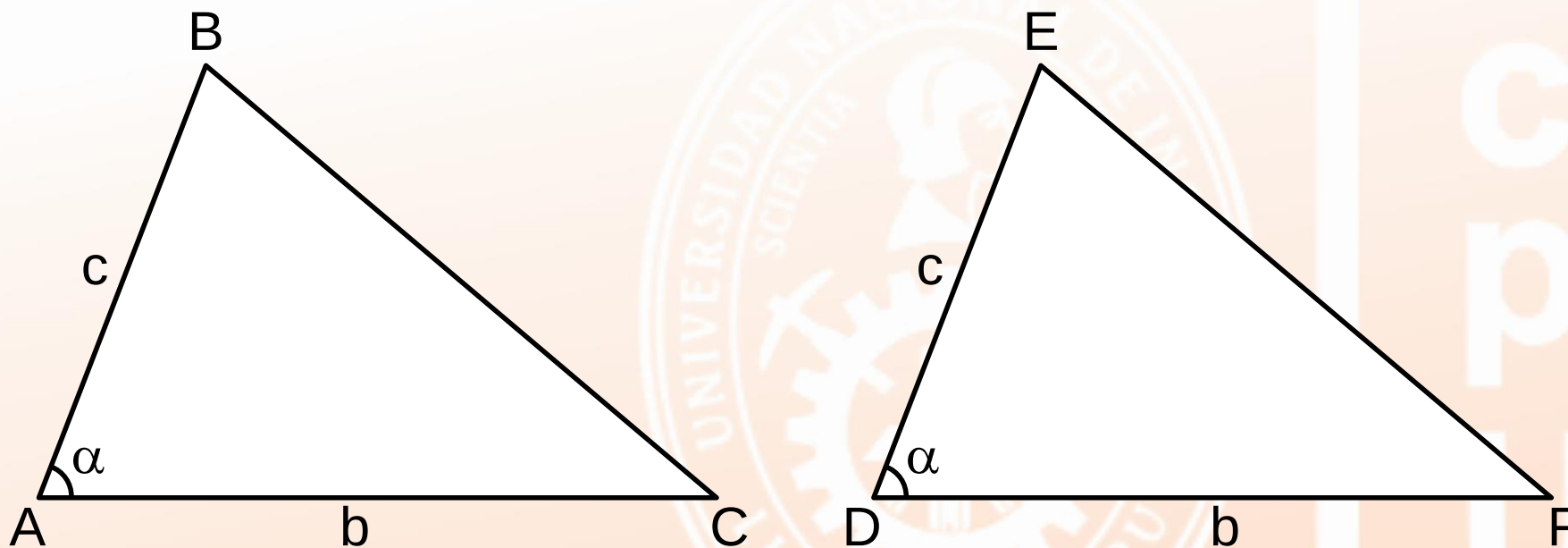
**CICLO
PRE
2024-1**



CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

POSTULADO (CONGRUENCIA LAL)

Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes dos lados y el ángulo comprendido entre los dos lados, entonces los triángulos son congruentes.



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

EJERCICIO 02

En los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de un triángulo equilátero ABC , se ubican los puntos F y E respectivamente, $\overline{AE} \cap \overline{CF} = \{P\}$. Si $AF = EB$, entonces la medida del ángulo APF es

A) 50

B) 45

C) 48

D) 60

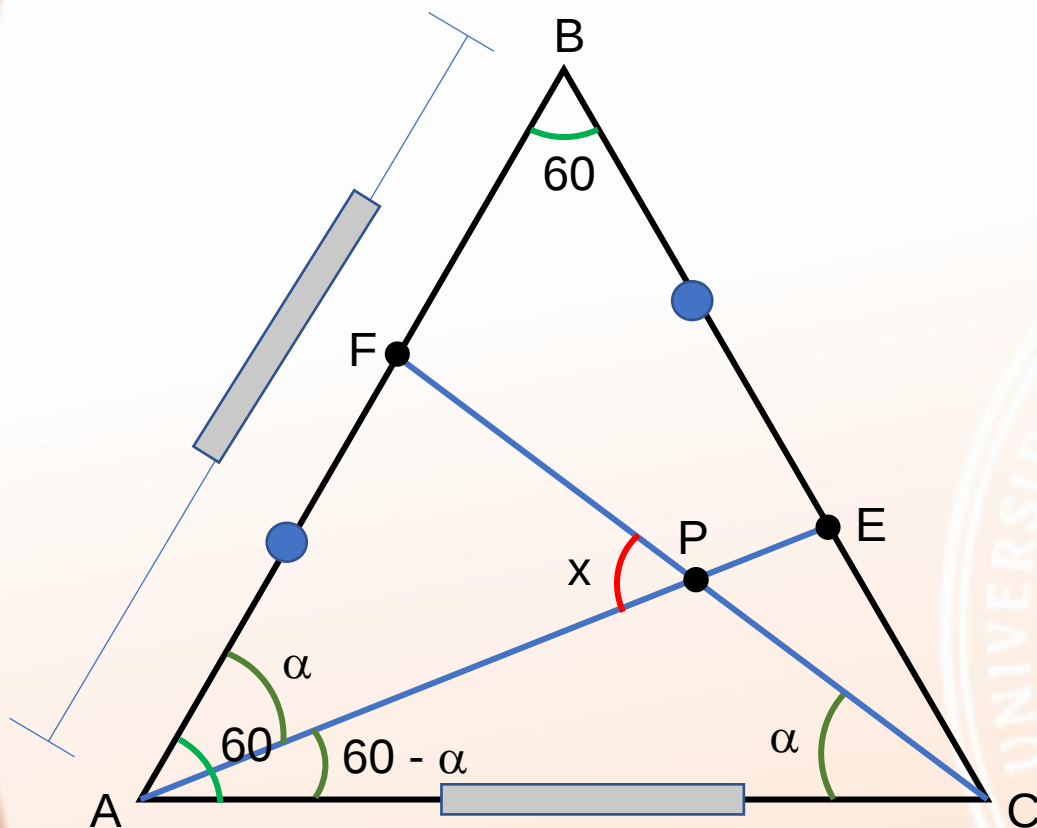
E) 90



ce
pre
UNI

RESOLUCIÓN 02

En los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de un triángulo equilátero ABC , se ubican los puntos F y E respectivamente, $\overline{AE} \cap \overline{CF} = \{P\}$. Si $AF = EB$, entonces la medida del ángulo APF es



Dato: $\triangle ABC$ es equilátero

Entonces: $AB = AC$

$m\angle BAC = m\angle ABC = 60$

Del grafico: $\triangle ABE \cong \triangle CAF$ (LAL)

$m\angle BAE = m\angle ACF = \alpha$

Completando ángulos en el $\triangle APC$:

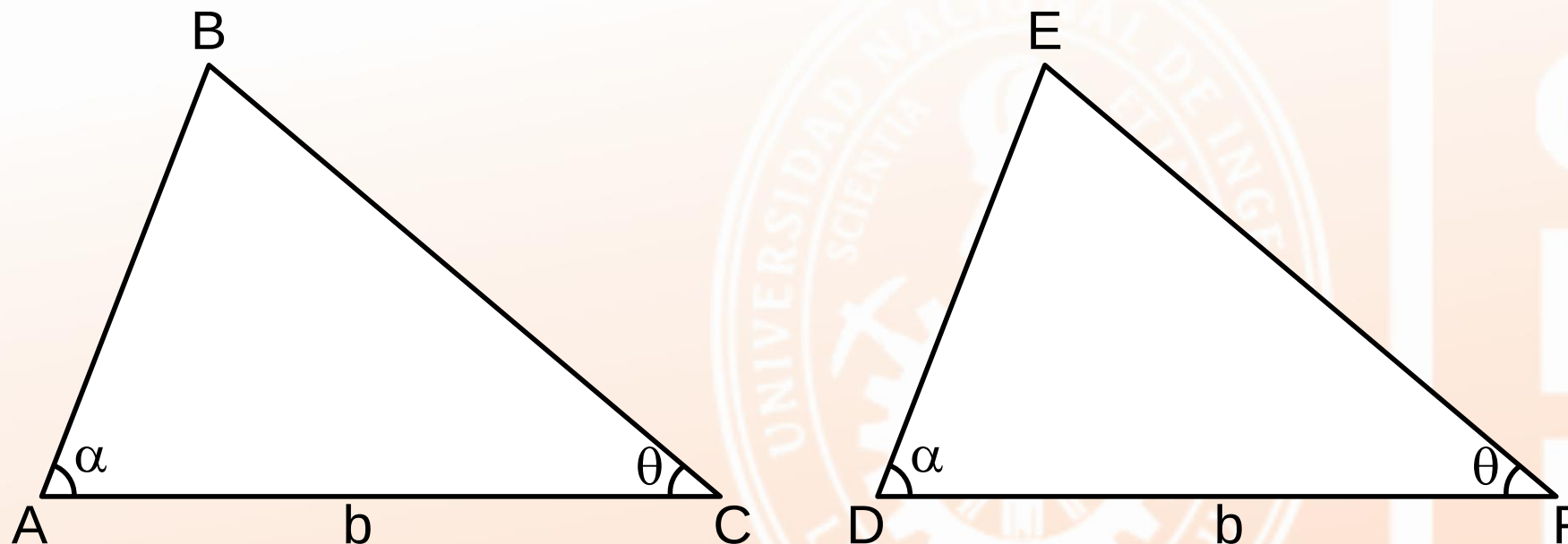
$$x = 60 - \alpha + \alpha$$

$$\therefore x = 60$$

Clave: D

TEOREMA (CONGRUENCIA ALA)

Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes un lado y los ángulos adyacentes a este lado, entonces los triángulos son congruentes.



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

EJERCICIO 03

En un triángulo equilátero $\triangle ABC$, de perímetro 18 u, en las prolongaciones de los lados $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, se ubican los puntos P, Q y R respectivamente; tal que $PQ = BR$. Si $BQ = 5$ u y $m\angle PQA = m\angle ARB$, entonces la longitud (en u) de $\overline{PR}$ es

A) 22

B) 23

C) 18

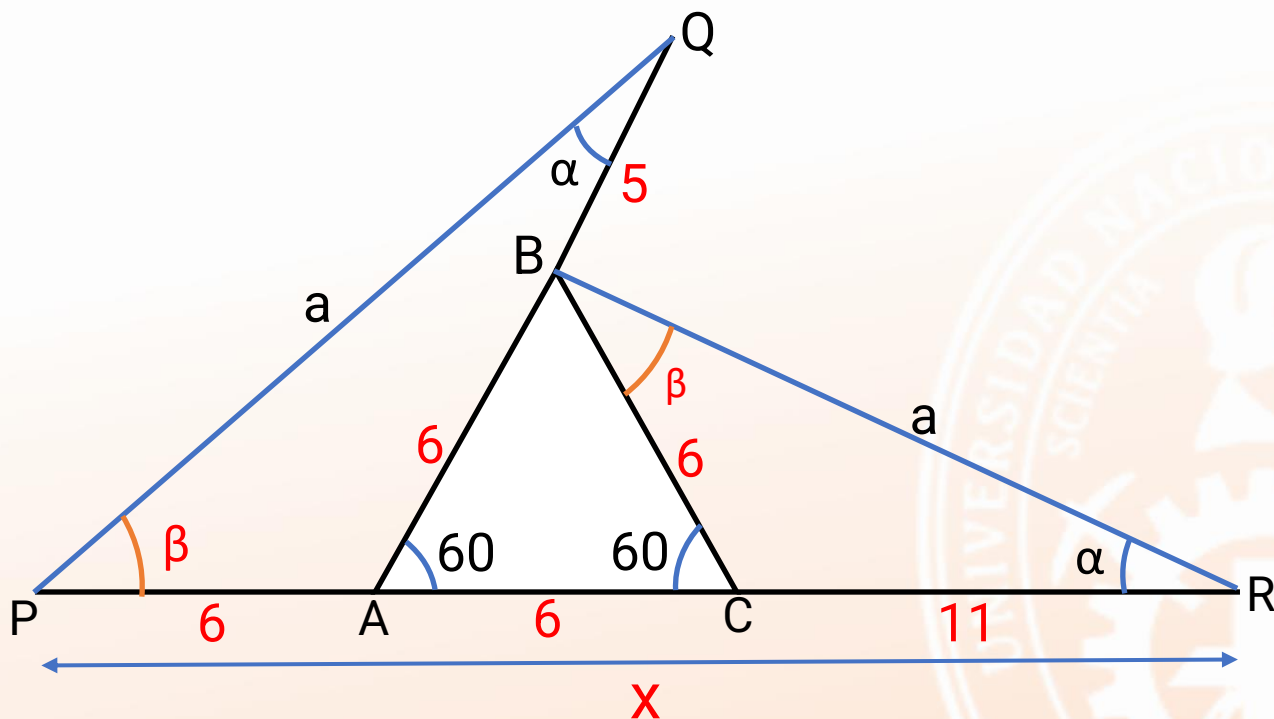
D) 17

E) 21

ce
pre
UNI

RESOLUCIÓN 03

En un triángulo equilátero ABC , de perímetro 18 u, en las prolongaciones de los lados $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, se ubican los puntos P , Q y R respectivamente; tal que $PQ = BR$. Si $BQ = 5$ u y $m\angle PQA = m\angle ARB$, entonces la longitud (en u) de $\overline{PR}$ es



$$PR = x$$

$$m\angle QPA = m\angle CBR = \beta$$

$$\triangle PQA \cong \triangle BRC \text{ (ALA)}$$

$$PA = BC = 6$$

$$CR = QA = 11$$

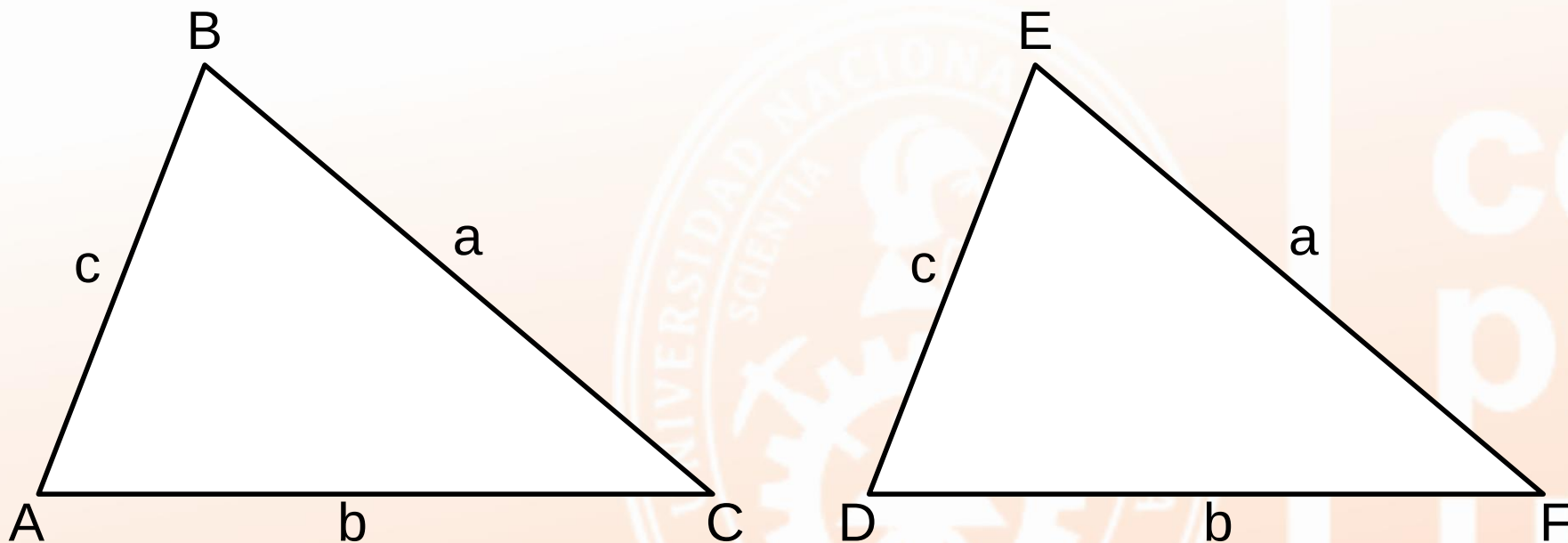
$$x = 6 + 6 + 11$$

$$\therefore x = 23$$

Clave: B

TEOREMA (CONGRUENCIA LLL)

Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes sus tres lados, entonces los triángulos son congruentes



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

EJERCICIO 04

En la prolongación del lado $\overline{AC}$ de un triángulo ABC , recto B se ubica el punto E , tal que $BC = CE$ y en el exterior se ubica el punto P tal que $\overline{AP}$ interseca a $\overline{BC}$. Si las medidas de los ángulos BAC , AEP y BPC son proporcionales a 1, 3 y 4 respectivamente y $CP = PE$, entonces la medida del ángulo BAC es

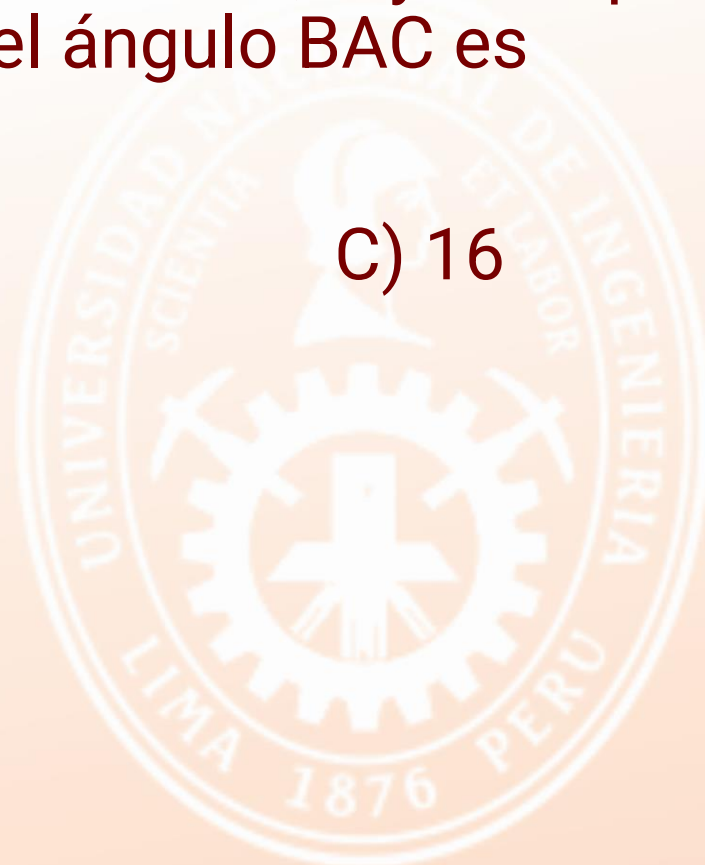
A) 12

B) 15

C) 16

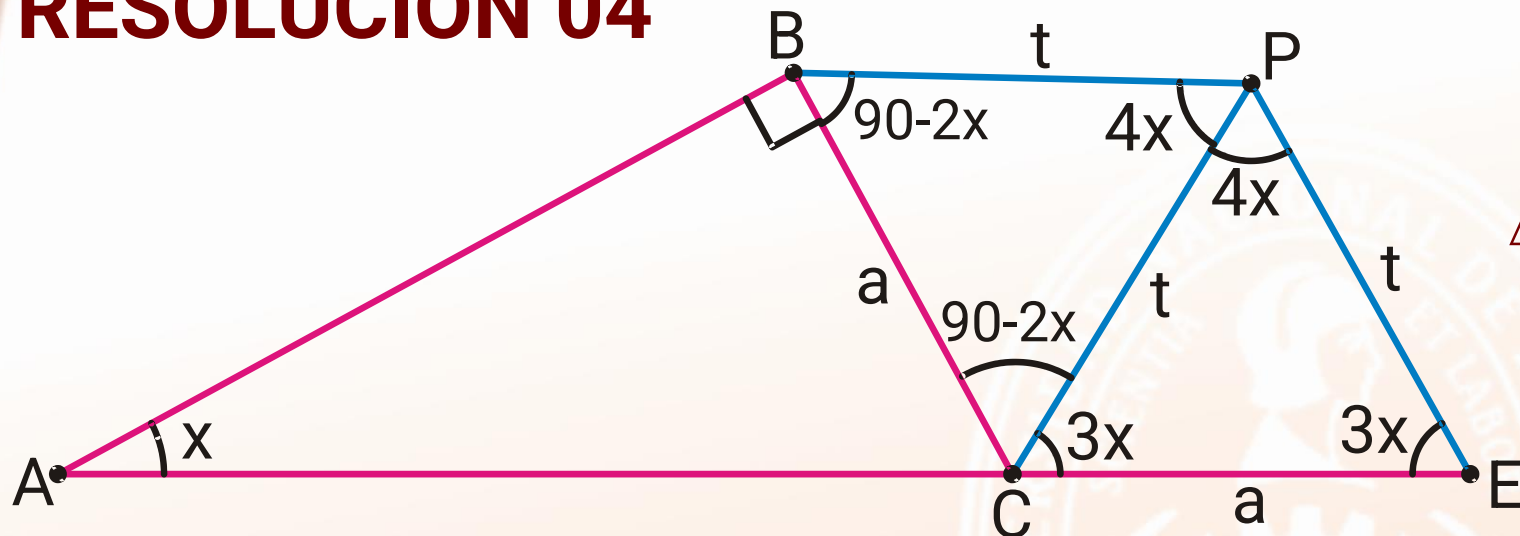
D) 18

E) 20

ce
pre
UNI

En la prolongación del lado $\overline{AC}$ de un triángulo ABC , recto B se ubica el punto E , tal que $BC = CE$ y en el exterior se ubica el punto P tal que $\overline{AP}$ interseca a $\overline{BC}$. Si las medidas de los ángulos BAC , AEP y BPC son proporcionales a 1, 3 y 4 respectivamente y $CP = PE$, entonces la medida del ángulo BAC es

RESOLUCIÓN 04



$$m\angle BAC = x$$

$\triangle CPE$, isósceles

$$m\angle PCE = m\angle PEC = 3x$$

$$m\angle BCE = 90 + x$$

$$\Rightarrow m\angle BCP = 90 - 2x$$

$\triangle CPB$, isósceles

$$BP = PC = t$$

$$\triangle CPE \cong \triangle BPC \text{ (LLL)}$$

$$m\angle CPE = m\angle BPC = 4x$$

$$\triangle CPE: 3x + 3x + 4x = 180$$

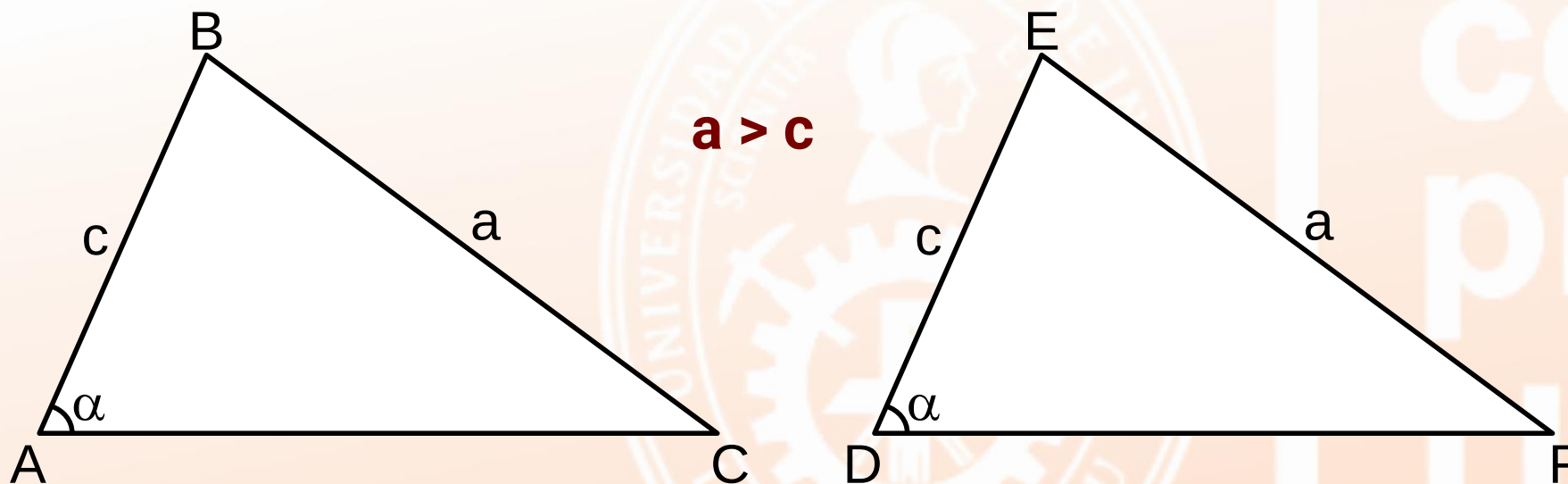
$$10x = 180$$

$$\therefore x = 18$$

Clave: D

TEOREMA (CONGRUENCIA LLA)

Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes dos lados y el ángulo opuesto al mayor de éstos dos lados, entonces los triángulos son congruentes.



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

EJERCICIO 05

En interior de un triángulo equilátero ABC, se ubica el punto F, tal que las medidas de los ángulos FAC, FBA y FCB son proporcionales a 3, 4 y 5 respectivamente. ¿Cuál es la medida del ángulo AFC?

A) 120

D) 135

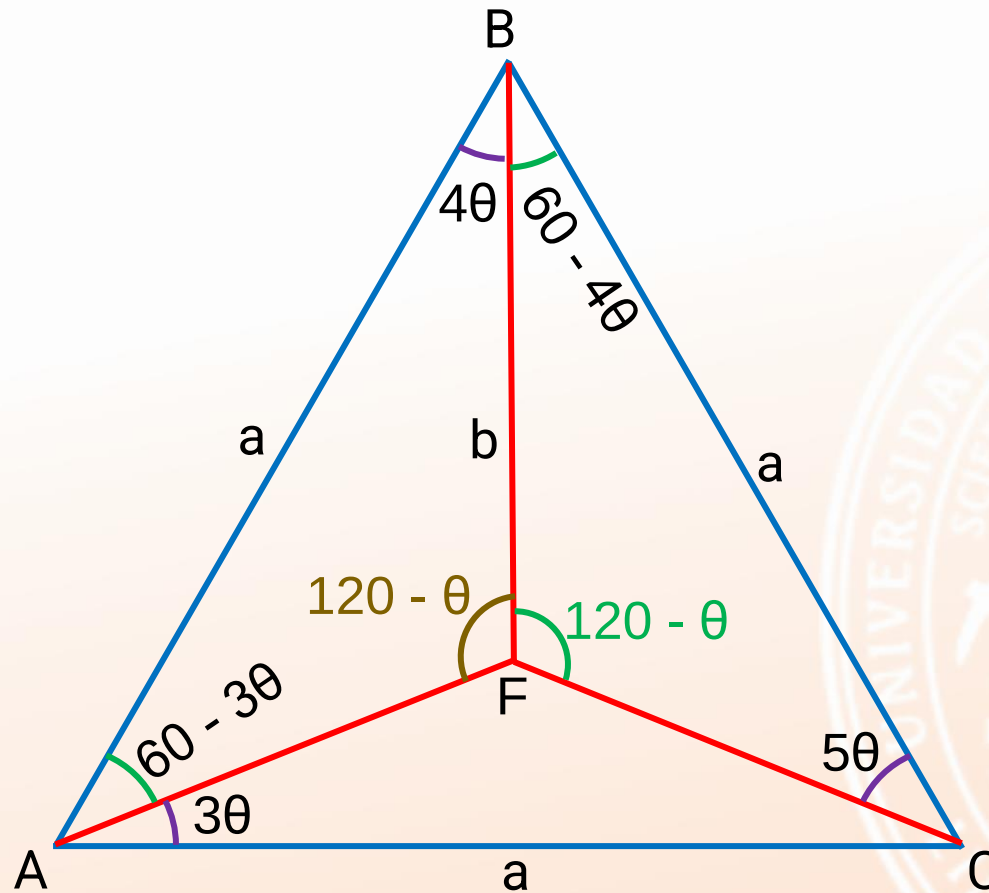
B) 125

E) 140

C) 130

RESOLUCIÓN 05

En interior de un triángulo equilátero ABC, se ubica el punto F, tal que las medidas de los ángulos FAC, FBA y FCB son proporcionales a 3, 4 y 5 respectivamente. ¿Cuál es la medida del ángulo AFC?



$$m\angle AFC = ?$$

$$\triangle ABF \cong \triangle CBF \text{ (LLA)}$$

$$60 - 3\theta = 5\theta$$

$$2\theta = 15$$

$$m\angle AFC = 120 + 2\theta$$

$$\therefore m\angle AFC = 135$$

Clave: D



ce
pre
UNI

Geometría

GRACIAS



ce
pre
UNI